**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**
**(наименование организации образования)**

**Поурочный план или краткосрочный план для педагога организаций среднего образования**

|  |  |
| --- | --- |
| **Раздел** |  Многочлены |
| **ФИО педагога** |  |
| **Дата** |  |
| **Класс «10»** | **Количество присутствующих:** | **Количество отсутствующих:** |
| **Тема урока** | Теорема о рациональном корне многочлена с целыми коэффициентами.Урок 1 |
| **Цели обучения в соответствии с учебной программой** | 10.2.1.11 - применять теорему о рациональном корне многочлена с одной переменной с целыми коэффициентами для нахождения его корней; |
| **Цель урока** |  Ты узнаешь:• теорему о рациональном корне многочлена с одной переменной с целыми коэффициентами. Ты научишься:• применять теорему о рациональном корне многочлена с одной переменной с целыми коэффициентами при решении задач. |
| **Ход урока** |
| **Этап урока/время** | **Действия педагога** | **Действия учеников** | **Оценивание** | **Ресурсы** |
| Начало урока2мин2мин3 мин12 мин   | **Настрой на урок.** **Проверка домашнего задания.** **Актуализация опорных знаний**Деление многочлена $P\left(x\right)=a\_{0}x^{n}+a\_{1}x^{n-1}+…+a\_{n-1}x+a\_{n}$ на двучлен $Q\left(x\right)=x-a$ по схеме Горнера:где $P\left(x\right)=T\left(x\right)\left(x-a\right)+R$, $T\left(x\right)=c\_{0}x^{n-1}+c\_{1}x^{n-2}+…+c\_{n-2}x+c\_{n-1}$ – многочлен степени $n-1$, $R$ – число.* **Теорема Безу.** Остаток при делении любого многочлена на двучлен $\left(x-a\right)$ равен значению делимого многочлена при $x=a$.

**Изучение новых ЗУН.****Теорема 1.** Если целое число $k$ является корнем многочлена с целыми коэффициентами, то свободный член делится на $k$.**Доказательство.**Пусть дан многочлен $P\left(x\right)=a\_{0}x^{n}+a\_{1}x^{n-1}+…+a\_{k}x^{n-k}+…+a\_{n-1}x+a\_{n}$, где $a\_{0}, a\_{1},…, a\_{n}$ – числовые коэффициенты, $a\_{0}\ne 0$, $n$ – целое неотрицательное число. По условию $x=k$ является корнем многочлена $P\left(x\right)$, нужно доказать, что $a\_{n}\vdots k$.Согласно теореме Безу $P\left(k\right)=0$:$P\left(k\right)=a\_{0}k^{n}+a\_{1}k^{n-1}+a\_{2}k^{n-2}+…+a\_{n-1}k+a\_{n}=0$,$$a\_{0}k^{n}+a\_{1}k^{n-1}+a\_{2}k^{n-2}+…+a\_{n-1}k+a\_{n}=0,$$$a\_{n}=k\left(-a\_{0}k^{n-1}-a\_{1}k^{n-2}-a\_{2}k^{n-3}-…-a\_{n-1}\right)$,так как $k$ и $a\_{0}, a\_{1},…, a\_{n-1}$ – целые числа, то $-a\_{0}k^{n-1}-a\_{1}k^{n-2}-a\_{2}k^{n-3}-…-a\_{n-1}$ – целое число. Отсюда и следует, что $a\_{n}\vdots k$. Что и требовалось доказать.Рассмотрим алгоритм поиска целых корней многочлена с целыми коэффициентами:1) выписать все делители свободного члена многочлена;2) вычислить значения многочлена для всех делителей свободного члена многочлена;3) выписать делители свободного члена, при которых значения многочлена равны нулю (эти делители будут корнями многочлена). **Пример.** Найди целые корни многочлена $P\left(x\right)=x^{3}-2x^{2}-5x+6$.Решение. Пусть целое число $k$ – корень $P\left(x\right)$, тогда по теореме $6\vdots k$. Возможные варианты:$k=\pm 1, k=\pm 2, k=\pm 3, k=\pm 6$.Вычислим значения многочлена всех делителей свободного члена многочлена:1) $P\left(1\right)=\left(1\right)^{3}-2\left(1\right)^{2}-5\left(1\right)+6=0$, значит, $x=1$ является корнем многочлена $P\left(x\right)$.2) $P\left(-1\right)=\left(-1\right)^{3}-2\left(-1\right)^{2}-5\left(-1\right)+6=8$, значит, $x=-1$ не является корнем многочлена $P\left(x\right)$.3) $P\left(2\right)=\left(2\right)^{3}-2\left(2\right)^{2}-5\left(2\right)+6=-4$, значит, $x=2$ не является корнем многочлена $P\left(x\right)$.4) $P\left(-2\right)=\left(-2\right)^{3}-2\left(-2\right)^{2}-5\left(-2\right)+6=0$, значит, $x=-2$ является корнем многочлена $P\left(x\right)$.5) $P\left(3\right)=\left(3\right)^{3}-2\left(3\right)^{2}-5\left(3\right)+6=0$, значит, $x=3$ является корнем многочлена $P\left(x\right)$.6) $P\left(-3\right)=\left(-3\right)^{3}-2\left(-3\right)^{2}-5\left(-3\right)+6=-24$, значит, $x=-3$ не является корнем многочлена $P\left(x\right)$.7) $P\left(6\right)=\left(6\right)^{3}-2\left(6\right)^{2}-5\left(6\right)+6=120$, значит, $x=6$ не является корнем многочлена $P\left(x\right)$.8) $P\left(-6\right)=\left(-6\right)^{3}-2\left(-6\right)^{2}-5\left(-6\right)+6=-252$, значит, $x=-6$ не является корнем многочлена $P\left(x\right)$.**Ответ:** $-2;1;3$.**Теорема 2.** Приведенный многочлен с целыми коэффициентами не имеет дробных рациональных корней.  | На партах у каждого ученика лежат смайлики, дети показывают свое настроение настрой на урок, выбрав смайлик. Прием «Три лица»Разбор заданий, где возникли затруднения при решении примеров.Повторение теории, необходимой к урокуРабота с учителемРабота в парах по учебнику или слайдуРабота с учителемРабота с учителемУчитель у доски демонстрирует решение данного примера | ПохвалаСамооценка. Оценка работы всего класса учителем.Учителю сигнализируют о готовности с помощью сигнальных карточек  | Слайд №1-3 Слайд №4Слайд №5 |
| **Закрепление**16 минРабота у доски разбор заданийРабота у доски разбор заданий | **Пример 1**. Найди корни многочлена $x^{3}-x^{2}-22x+40$.Чтобы найти корни многочлена, необходимо найти корни уравнения$x^{3}-x^{2}-22x+40=0$.Используя необходимое условие существования целочисленного корня, выпишем делители свободного члена: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 5; \pm 8;\pm 10; \pm 20; \pm 40$.Очевидно, что $x=\pm 1$ не являются корнями данного многочлена.Убедившись, что $P\left(2\right)=0$, выполним деление многочлена $x^{3}-x^{2}-22x+40$ на двучлен $x-2$, применяя схему Горнера:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$1$$ | $$-1$$ | $$-22$$ | $$40$$ |
| $$2$$ | $$1$$ | $$1$$ | $$-20$$ | $$0$$ |

Таким образом, $x^{3}-x^{2}-22x+40=(x^{2}+x-20)(x-2)$, а значит, исходное уравнение принимает вид:$$(x^{2}+x-20)(x-2)=0.$$Это уравнение равносильно совокупности уравнений $x^{2}+x-20=0$; $x-2=0$. Решив квадратное уравнение, получим корни:$x^{2}+x-20=0$: $x\_{1}=4; x\_{2}=-5$.Тогда $-5;2;4$ корни многочлена $x^{3}-x^{2}-22x+40$.Ответ: $-5;2;4$.Учащиеся решают задания из учебника**Опережающие задания:****№1.**   Разложи на множители многочлен $x^{4}-3x^{3}-20x^{2}+6x+36.$Рассмотрим возможные корни многочлена среди делителей свободного члена: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 9;\pm 12; \pm 18;\pm 36$.Проверим с помощью схемы Горнера предполагаемые корни.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$1$$ | $$-3$$ | $$-20$$ | $$6$$ | $$36$$ |
| $$-3$$ | $$1$$ | $$-6$$ | $$-2$$ | $$12$$ | $$0$$ |

Значит, $x=-3$ является корнем многочлена, разложим многочлен на множители:$ x^{4}-3x^{3}-20x^{2}+6x+36=\left(x^{3}-6x^{2}-2x+12\right)(x+3)$.Теперь найдем корни многочлена $x^{3}-6x^{2}-2x+12$.Для этого рассмотрим возможные корни многочлена среди делителей свободного члена: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$.Проверим с помощью схемы Горнера предполагаемые корни:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$1$$ | $$-6$$ | $$-2$$ | $$12$$ |
| $$6$$ | $$1$$ | $$0$$ | $$-2$$ | $$0$$ |

Значит, $x=6$ является корнем многочлена $x^{3}-6x^{2}-2x+12$, разложив исходный многочлен на множители, получим $x^{4}-3x^{3}-20x^{2}+6x+36=(x+3)(x-6)(x^{2}-2)$.Применив формулу сокращенного умножения, разложим $x^{2}-2=\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)$.Тогда разложение многочлена $x^{4}-3x^{3}-20x^{2}+6x+36 $на множители примет вид $(x-6)\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)(x+3)$.Ответ: $(x-6)\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)(x+3).$**№2.**  Найди произведение действительных корней многочлена $P\left(x\right)=\left(x-4\right)\left(x-3\right)\left(x+1\right)\left(x+2\right)-336$.Раскрыв скобки, приведем многочлен $P\left(x\right)=\left(x-4\right)\left(x-3\right)\left(x+1\right)\left(x+2\right)-336$ к виду$ P\left(x\right)=x^{4}-4x^{3}-7x^{2}+22x-312$.Используя необходимое условие существования целочисленного корня, выпишем несколько пар делителей свободного члена (так как их количество равно 16): $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4;\pm 6; \pm 8;\pm 12; \pm 13;\pm 24;…$Убедившись, что $P\left(-4\right)=0$, выполним деление многочлена $x^{4}-4x^{3}-7x^{2}+22x-312$ на двучлен $x+4$, применяя схему Горнера:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$1$$ | $$-4$$ | $$-7$$ | $$22$$ | $$-312$$ |
| $$-4$$ | $$1$$ | $$-8$$ | $$25$$ | $$-78$$ | $$0$$ |

Таким образом, $x^{4}-4x^{3}-7x^{2}+22x-312 =(x^{3}-8x^{2}+25x-78)(x+4)$, Теперь найдем корни многочлена $x^{3}-8x^{2}+25x-78$.Также, используя необходимое условие существования целочисленного корня, выпишем делители свободного члена: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6; \pm 13;\pm 26; \pm 39;\pm 78$.Очевидно, что $x=\pm 1$ не являются корнями данного многочлена.Убедившись, что $P\left(6\right)=0$, выполним деление многочлена $x^{3}-8x^{2}+25x-78$ на двучлен $x-6$, применяя схему Горнера:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | $$1$$ | $$-8$$ | $$25$$ | $$-78$$ |
| $$6$$ | $$1$$ | $$-2$$ | $$13$$ | $$0$$ |

Значит, $x=6$ является корнем многочлена $x^{3}-8x^{2}+25x-78$, разложив исходный многочлен на множители, получим $x^{4}-4x^{3}-7x^{2}+22x-312 =(x+4)(x-6)(x^{2}-2x+13)$.Решив квадратное уравнение $x^{2}-2x+13=0$, получим, что действительных корней нет.Тогда произведение действительных корней многочлена $$P\left(x\right)=\left(x-4\right)\left(x-3\right)\left(x+1\right)\left(x+2\right)-336$$будет равно $-4∙6=-24$.Ответ: $-24.$ | Разбирают в парах практическое задания с применением теоремыПоказывают умение по изученной темеСовместная работа с учителем.Показывают умение по изученной темеИндивидуальная работаЗадания для учащихся, работающих на опережение | Учителю сигнализируют с помощью сигнальных карточек о степени выполнения заданияКомментарии одноклассников. Прием «Светофор»Самооценивание по образцуОценивание учителем | Слайд №6Работа с учебником |
| Конец урока 5 мин | * **Рефлексия**
* **Домашнее задание**
 | Оценивают свой успех на урокеЗаписывают домашнее задание | Прием «Три лица» | Слайд №7-8 |